THESES MATHEMATICÆ

DE

VIRIBUS

MACHINARUM,

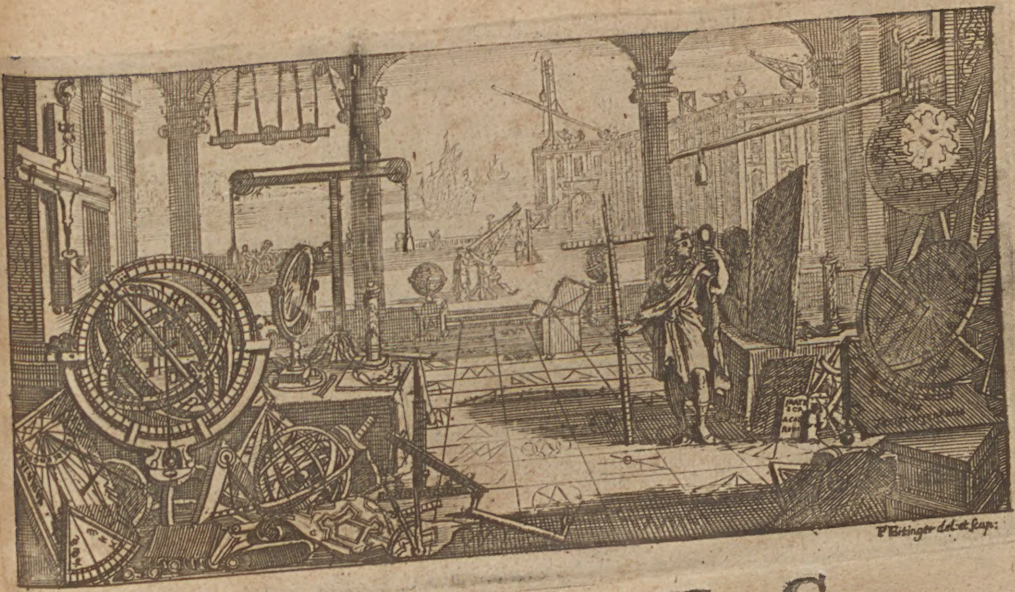
Propugnabuntur à BARTH. ANTON. FRANCISCO FERRET DU TYMEUR, Rhedonensi, Die Divo Bartholomæo Sacrâ 24. Augusti AN. DOM. M. DCC. IV. Horâ post Meridiem secundâ.

Arbiter erit PETRUS VARIGNON, Regiæ Scientiarum Academiæ Socius, Philosophiæ Lector Regius, & Mathescos Professor.



IN COLLEGIO MAZARINÆO.

M. DCC. IV.



THESES MATHEMATICÆ DE VIRIBUS MACHINARUM

EXCOLITUR vulgò Mechanica in Potentiis, ſeu Machinis duntaxat quinque : *Vecte* nempè, *Trochleâ*, *Axe in peritrochio*, *Plano inclinato*, *Cochleâ*, & *Cuneo* ; quibus etiam adjiciemus *Machinam funicularem*, ab iſtis prorsùs independentem perindè ac iſtæ ſingulæ à ſe ſe invicem. Quod ut & cætera huc pertinentia poſſint Geometricam ad amuſſim explorari, ſint

RUDIMENTA GEOMETRICA AD EXPENDENDAS MACHINARUM VIRES.

GEOMETRIA est Scientia Magnitudinum; quamobrem Disciplinæ hujus objectum sunt *Linea*, *Superficies*, & *Corpus*. Linea est una simplex dimensio, Superficies duplex, Corpus triplex: Linea uno tantùm modo divisibilis est, Superficies duobus, Corpus tribus. Atque hæc tria continuæ quantitatis genera, quæ sic indefinitè dividi possunt, non per solam mentis abstractionem; sed verè & realiter simul existunt cum puncto quod nullius omninò sit dimensionis, quódque eâ de causâ nullam divisionem admittat.

THEOREMATA.

DE PROPORTIONIBUS.

I.

QUAM Mathematici inter comparatas rerum magnitudines percipiunt æqualitatem, vel inæqualitatem, appellant vulgò *Rationem*, quæ si spectetur penès differentiam quâ major quantitas superat minorem, dicitur *Arithmetica*; si verò penès modum quo hæc continetur in illâ, *Ratio* dicitur *Geometrica*, de quâ nunc.

II.

PORRO modum quo quantitas aliqua continet aliam, vel ab aliâ continetur, indicat *Quotus* qui in *Antecedentis* per *Consequentem* divisione reperitur. Undè patet rationes eas invicem æquales esse, quæ antecedentium per proprios consequentes divisione, quotos æquales sortiuntur; illas verò inæquales, quarum antecedentes per proprios consequentes sigillatim divisi diversos quotos relinquunt: Et majorem quidem illam quæ per majorem quotum, minorem verò eam quæ per minorem quotum exhibetur. Hinc

1°. Æqualium quantitatum ad eamdem tertiam, vel ejuſdem tertiæ ad æquales, ratio eſt eadem.

2° Æquales ſunt eæ magnitudines ad quas eadem tertia, vel quæ ad eamdem tertiam ſunt in eâdem ratione.

3°. Inæqualium quantitatum ad eamdem tertiam major eſt in majori ratione quàm minor. At contrà, ejuſdem tertiæ quantitatis ad inæqualium majorem minor eſt ratio quàm ad minorem.

4°. Duarum quantitatum ea major quæ ad eamdem tertiam eſt in majori ratione, aut ad quam eadem tertia eſt in ratione minori.

III.

QUÆ æqualiter multiplicantur, in eâdem ratione manent: ſic A eſt ad B, ut 2 A ad 2 B, ut 3 A ad 3 B, ut 4 A ad 4 B, denique ut infinities A ad infinities B; vel univerſaliùs, ut *m*A ad *m*B, cujuſcunque rationis exponens ſit *m*. Indè productum ſub extremis quatuor proportionalium fit æquale producto ſub mediis, & viciſſim. Atque hinc colligimus ſequentes novem ratiocinandi Regulas, quibus ferè ſolis Mathematicorm Dialectice tota continetur.

Regulæ Proportionum.

1ª. Proportionales, *invertendo* quoque proportionales ſunt.

2ª. Proportionales, *alternando* ſive *permutando* ſunt etiam proportionales, ſi inter ſe homogeneæ ſint omnes.

3ª. Proportionales, *componendo* ſeu *addendo* ſunt quoque proportionales.

4ª. Proportionales, *detrahendo* quoque proportionales ſunt.

5ª. Proportionales, *convertendo* quoque proportionales ſunt.

6ª. Proportionales, per proportionales *multiplicando* ſunt quoque proportionales.

7ª. Proportionales, per proportionales *dividendo* ſunt quoque proportionales.

8ª. Proportionalium, mediis intermiſſis, *in proportione ordinatâ* extremi quoque proportionales ſunt.

9ª. Proportionalium, mediis intermiſſis, *in proportione turbatâ* extremi quoque proportionales ſunt.

DE LINEIS.

I.

LINEA quæ ex æquo sua interjacet puncta, dicitur *recta* : *curva*, omnis alia. Unde sequitur

1°. Lineam rectam omnium esse brevissimam earum quæ à puncto ad punctum extendi possunt.

2°. A puncto ad punctum unicam duci posse Lineam rectam.

3°. Spatium nullum duabus Lineis rectis concludi posse.

II.

IN eodem *Plano*, hoc est, superficie cui omnimodè applicata Linea recta congruit, Lineæ rectæ quoad situm comparatæ, vel concurrunt, quales sunt sibi mutuò insistentes, & se invicem secantes; vel non concurrunt, quales sunt parallelæ. Cùm autem recta rectæ insistit, fit inter ipsas apertura utrimque duplex, *Anguli* nomine donata: anguli verò, qui sunt deinceps, si utrimque æquales, dicuntur ambo *recti*; si inæquales, eorum major dicitur *obtusus*, alter *acutus*.

1°. Anguli recti omnes sunt invicem æquales.

2°. Ita recto major est obtusus, & minor acutus, ut deinceps positi semper duobus rectis simul sint æquales.

3°. Non modò recta rectæ insistens duos semper efformat deinceps angulos, aut rectos, aut duobus rectis simul æquales; verùm etiam vicissim recta uni eidemque rectæ insistit, cùm angulos deinceps constituit duobus rectis simul æquales in eodem plano.

4°. Ex duobus angulis sic deinceps positis, si alteruter rectus sit, alter etiam rectus erit; si hic acutus, ille obtusus; & contrà.

5°. Si plures eidem rectæ ad idem punctum, & in eodem plano ad easdem partes insistant, harum anguli omnes simul erunt duobus rectis æquales.

6°. Omnes anguli circa idem punctum in eodem plano constituti, simul conficiunt quatuor rectos.

7°. Rectarum se mutuò secantium anguli ad verticem oppositi inter se sunt æquales.

8°. Si quatuor rectæ ab eodem puncto per idem planum exeuntes, angulos oppositos ad verticem æquales fecerint, binæ oppositæ erunt in directum constitutæ.

9°. His adde Lineas duas rectas secundùm se totas congruere,

si secundùm aliquam sui partem semel congruant ; ac proindè (*cor.2.Art.1.pag.6.*) in uno duntaxat puncto sibi occurrere posse.

III.

RECTA rectæ sic insistens ut angulos constituat deinceps æquales, seu utrimque rectos, ad hanc dicitur *Perpendicularis*. Undè

1°. Perpendicularis in medio alterius rectæ, sua habet puncta singula æqualiter distantia ab extremis ejusdem rectæ.

2°. Indefinita perpendicularis in medio rectæ, transit per omnia puncta, quæ in harum linearum plano posita, singula distant æqualiter ab extremis rectæ cui insistit.

3°. Recta transiens per puncta duo æqualiter distantia singula ab extremis alterius rectæ, huic in medio perpendicularis est.

4°. Recta perpendicularis ad alteram, habet & hanc sibi reciprocè perpendicularem.

5°. Linearum quæ ab eodem puncto extrà rectam assumpto, ad eamdem duci possunt, brevissima perpendicularis est ; & vicissim. Cæterarum verò (*obliquarum*) ea brevior quæ est perpendiculari propior ; & vicissim.

6°. Ex eodem puncto una duntaxat duci potest perpendicularis ad eamdem rectam in eodem per ipsam transeunte plano.

7°. Duæ rectæ ad eamdem perpendiculares, nusquam convenient.

8°. Perpendicularis transiens per punctum aliquod distans æqualiter ab extremis alterius rectæ, transit quoque per ejusdem rectæ medium.

9°. Ab eodem puncto extrà rectam assumpto, ad eamdem rectam duæ duntaxat æquales duci possunt.

10°. Tandem ex hisce tribus : *æqualitate perpendicularium*, *æqualitate obliquarum*, *æqualitate distantiarum à perpendicularibus* ; datis duobus, necessariò sequitur & tertium.

IV.

DUÆ rectæ, quæ in eodem plano positæ similiter inclinantur ad eamdem tertiam, seu quæ cum hâc eâdem secante rectâ constituunt angulos, externum & internum ad eamdem partem æquales inter se, dicantur *Parallelæ*. (Has Euclidæas esse cæterorumque, patebit *cor.* 4. *hujus art. pag.* 8. & *cor.* 1. *Art.* 6. *de Superf. pag.* 13.) Atque hinc ultrò conficitur

1°. Parallelas habere angulos alternatim oppositos, sive in-

ternos, five externos, æquales inter fe; & viciffim.

2°. Iifdem parallelis effe angulos ad eamdem partem, five internos, five externos, fimul æquales duobus rectis; & viciffim.

3°. Vel ambæ, vel neutra parallelarum perpendicularis eft ad utriufque fecantem.

4°. Parallelæ, quocumque productæ, convenire nequeunt. Quâ affectione hæ noftræ in Euclidæas incidunt.

5°. Quæ eidem tertiæ, & illæ funt inter fe parallelæ.

V.

LINEA *circularis*, vel *Peripheria circuli*, curva eft ad quam ab uno puncto (*centro*) eorum quæ funt in *circulo*, feu in plano hac curvâ comprehenfo, cadentes omnes rectæ (*radii*) funt æquales inter fe. Ergo

1°. Lineæ rectæ à centro circuli ductæ, fi radiis fuerint breviores, intrà circulum; fi longiores, extrà eumdem circulum; fi denique radiis æquales, ad ipfam circumferentiam definunt.

2°. Circuli vel circulorum peripheriæ radii ejufdem, funt æquales; majoris, funt majores; minoris, minores.

3°. Duæ circulorum peripheriæ eodem centro defcriptæ, nufquam fibi occurrere poffunt. Adeóque

4°. Circuli fibi mutuò occurrentes centrum non poffunt habere commune.

V I.

RECTARUM à quovis plani circularis puncto, extrà circuli centrum affumpto, in peripheriam ejus cadentium, ea omnium longiffima quæ per centrum tranfit; cæterarum verò ea longior quæ terminum habet in peripheriâ termino longiffimæ propiorem; & viciffim. Atque hinc fequitur,

1°. Eam omnium minimam effe quæ ad ambitûs punctum termino longiffimæ contrarium finitur; vel quæ ad centrum directa, per id non tranfit.

2°. Ab eodem illo quovis puncto æquales tantummodò duas ad circuli peripheriam duci poffe.

3°. Et fi æquales, illas hinc indè terminari ad puncta æqualiter diftantia à termino longiffimæ; & viciffim.

4°. In eodem femicirculo, arcuum inæqualium majorem majori chordâ fubtendi; & viciffim. Ac proindè

5°. In eodem vel æqualibus femicirculis, arcus æquales fubtendi chordis æqualibus; majores majoribus, minores

mino-

minoribus; & vicissim chordas æquales arcubus æqualibus competere, majores majoribus, minores minoribus.

V I I.

CHORDA, seu recta connectens duo puncta peripheriæ circularis, tota est intrà circulum. Ergo

1°. Recta duobus duntaxat in punctis occurrere potest peripheriæ circuli.

2°. Recta tangens circulum, in uno solùm puncto ipsi occurrit.

3°. Rectarum quæ à centro circuli pertingere possunt ad tangentem, brevissima ea est quæ ducitur ad punctum contactûs. Atque adeò

4°. Radius transiens per punctum contactûs, perpendicularis est ad tangentem.

5°. Vicissim tangens perpendicularis est ad extremum radii transeuntis per punctum contactûs; ac proindè per idem peripheriæ circularis punctum unica tangens est possibilis.

6°. Iterùm vicissim recta in planò circuli, perpendicularis ad radii extremum quod est in peripheriâ, tangit inibi circulum.

7°. Rursùs vicissim perpendicularis ad tangentem in puncto contactûs, & in plano circuli, transit per ejusdem circuli centrum; atque ità id semper est in concursu rectarum ad tangentes perpendicularium in contactibus.

8°. Ex his igitur tribus: *Rectam tangentem esse circuli; rectam alteram huic tangenti perpendicularem esse in puncto contactûs, & in plano circuli; hanc eamdem rectam transire per circuli centrum:* duobus ad libitum datis, necessariò sequitur & tertium.

V I I I.

HÆC quatuor: *Circuli chordam ab aliâ rectâ in eodem plano circuli positâ bifariàm secari; eamdem secanti perpendicularem esse; arcum illâ chordâ subtensum secari quoque bifariàm à rectâ chordam secante; hanc eamdem secantem transire per circuli centrum:* ità connexa sunt, ut, duobus ad libitum positis, necessariò sequantur & cætera duo. Undè

1°. Rursùs est circuli centrum in concursu linearum illius subtensas bifariàm & perpendiculariter secantium.

2°. Si tria puncta fuerint duabus peripheriis circularibus communia, centrum ipsis erit commune; atque ità in unam confundentur.

3°. Duæ igitur peripheriæ circulares occurrere sibi nequeunt in pluribus quàm in duobus punctis.

4°. Extrà circuli centrum duæ chordæ bifariàm se mutuò secare nequeunt.

5°. Chordis parallelis arcus intercipiuntur æquales.

6°. Punctum contactûs circuli dividit bifariàm arcum quem subtendit chorda parallela tangenti.

IX.

CUM duobus in punctis occurrunt sibi circuli duo, horum unusquisque duas in partes ita secatur ab altero, ut earum altera tota sit intrà, altera tota extrà circulum hunc secantem. Undè

1°. Iterùm constat duos circulos in punctis tantùm duobus sibi invicem occurrere posse.

2°. Illos præterea sese tangere duntaxat in uno. Atque hinc & ex *cor.* 1. *Art.* 6. *pag.* 8.

3°. Rectam centra circulorum se mutuò tangentium connectentem, productam transire per punctum contactûs eorum.

X.

SI quidem Anguli rectilinei omnes fiunt per duarum rectarum sibi mutuò in plano occurrentium, unius ab alterâ digressionem circulariter factam super altero termino ut centro; sequitur

1°. Angulum in circuli centro positum, mensuram habere ab arcu integro cui insistit.

2°. Ad peripheriam positum, si latera secent ambo circulum, æquivalere medietati arcûs cui insistit; si verò alterum tangat, alterum secet, angulum hunc æqualem esse medietati arcûs à secante latere subtensi; At si alterum latus secet, alterum verò nec tangat, nec secet nisi productum ad partes circuli, angulum eundem æqualem esse dimidiæ summæ arcuum à lateribus secante & altero producto subtensorum; tandem si neutrum laterum circulum secet, angulum iis contentum æqualem esse dimidio arcui quem ultrà verticem producta comprehendent.

3°. Angulum positum inter peripheriam & centrum, æquivalere dimidiæ summæ arcuũ, quibus hic & ad verticem oppositus insistunt.

4°. Positum extrà circuli peripheriam, quoquo modo latera indefinitè producta circulo occurrant, æquivalere dimidiæ differentiæ arcuum, convexi scilicet & concavi, quibus insistit.

DE SVPERFICIEBVS.

I.

SUPERFICIES cui omni ex parte linea recta congruit, dicitur *plana*, vel simpliciter *Planum*: *curva*, omnis alia. Atque hinc sequitur

1°. Rectæ lineæ partem aliquam non posse esse in subjecto plano, alterâ in sublimi existente.

2°. Superficierum eosdem terminos habentium planam esse omnium minimam.

3°. Inter eosdem terminos planum unicum duci posse.

4°. Duo plana in unâ duntaxat rectâ se mutuò secare.

5°. Duas rectas se mutuò secantes in eodem plano esse.

II.

PLANI ad planum inclinatio sumitur penès angulum qui comprehenditur lineis secundùm hæc plana ad communem eorum sectionem perpendicularibus. Unde sequitur

1°. Planum plano insistens duos efficere deinceps angulos, aut rectos, aut duobus rectis simul æquales.

2°. Vicissim unicum & idem necessariò planum esse cum quo aliud quodvis insistens duos efformat deinceps angulos, aut rectos, aut duobus rectis simul æquales.

3°. Planorum se mutuò secantium angulos ad verticem oppositos, inter se æquales esse.

4°. Si quatuor plana in communi omnium sectione sibi occurrentia, angulos oppositos ad verticem æquales fecerint; bina opposita esse in directum constituta.

III.

PLANA *parallela* dicuntur ea quæ ab eodem quovis tertio secta, communes habent sectiones invicem parallelas. Ac proindè

1°. Plana parallela nusquam sibi mutuò possunt occurrere.

2°. Imò hæc eadem plana æquali ubique intervallo distant ab invicem.

IV.

PLANARUM Superficierum simplicissima *Triangularis* est, in quam scilicet rectilineæ figuræ resolvuntur omnes, utpote quæ tribus duntaxat rectis seu lateribus sit definita. Horum autem æqualitate vel inæqualitate laterum, aut angulorum his res-

pondentium, Triangula varias in ſpecies abeunt, quibus hoc commune, ut quodlibet tres angulos habeat duobus rectis ſemper æquales. Igitur

1°. In rectilineo quovis Triangulo acuti ſunt omnes anguli, aut ſaltem duo.

2°. Angulus quivis externus Trianguli, non ſolùm quolibet ex internis oppoſitis major eſt, ſed etiam iis duobus ſimul ſumptis æqualis.

3°. Omnes ſimul interni anguli cujuſcumque figuræ rectilineæ conficiunt bis tot rectos (demptis quatuor) quot ſunt latera figuræ; atque adeò quæ æquali conſtant laterum numero, æquales habent angulorum internorum ſummas.

4°. Omnes ſimul externi anguli figuræ cujuſvis rectilineæ conficiunt quatuor rectos; ita ut omnes omninò rectilineæ figuræ, numero laterum quâvis ratione diſcrepantes, habeant æquales angulorum externorum ſummas.

V.

IN eodem Triangulo quovis rectilineo latera æqualia ſubtendunt æquales angulos, majora majores; & viciſſim. Jam verò ſi duorum Triangulorum latera duo duobus lateribus æqualia ſingula ſingulis habentium, alterum habeat angulum his lateribus contentum majorem angulo alterius paribus lateribus comprehenſo; & baſim baſi majorem habebit. Viciſſim, ſi baſim baſi majorem; & angulum ſub paribus rectis lineis contentum angulo majorem habebit. Undè

1°. Si Triangula duo habeant angulum angulo æqualem ſub paribus rectis lineis, & baſim baſi æqualem habebunt; imò Triangulum erit in omnibus æquale Triangulo.

2°. Viciſſim, ſi baſim baſi æqualem habuerint, angulum quoque ſub æqualibus rectis lineis contentum angulo æqualem habebunt; eritque rursùs Triangulum in omnibus æquale Triangulo.

3°. Triangula igitur ſibi mutuò æquilatera, ſunt ſibi mutuò æquiangula, & æqualia; ſed non viciſſim. Attamen ex hiſce tribus: *Triangulis æqualibus, ſibi mutuò æquilateris, & æquiangulis:* ſi duo quæcumque ponantur, ſequetur & tertium.

4°. Parallelæ æquales intercipiunt parallelas & æquales; ac utroque hoc paralleliſmo fit *Parallelogrammum.*

VI.

QUADRILATERUM, cujus latera ex adverſo bina ſunt æqualia, Parallelogrammum eſt : viciſſimque Parallelogrammi latera ex adverſo ſunt æqualia. Atque hinc ſequitur

1°. Productas quantumcunque rectas, quas (*Art. 4. de Lin. pag. 7.*) Parallelas nuncupavimus, æqualibus intervallis, ſeu perpendicularibus ubique æqualibus ab invicem diſtare.

2°. Parallelogrammum bifariàm ſecari à Diagonali.

VII.

EX tribus his : *Parallelogramma*, vel *Triangula duo eſſe æqualia* ; *eadem eſſe baſeos ejuſdem*, vel *æqualis* ; & *tandem eſſe æqualis altitudinis*, vel *inter eaſdem Parallelas* : duobus poſitis, neceſſariò ſequitur & tertium. Hinc habetur dimenſio, ſeu area cujuſvis Parallelogrammi, vel Trianguli : ſi nempè baſim duxeris in altitudinem, *Productum* erit area Parallelogrammi, vel dupli Trianguli. Indéque methodus emergit inveniendi capacitatem omnium rectilinearum figurarum : has ſcilicet in Triangula reducendo, Triangulorumque areas in unam ſummam colligendo.

VIII.

IN genere Triangulorum & Parallelogrammorum areæ ſunt inter ſe ut producta ex altitudinibus per baſes. Ac proindè

1°. Baſibus & altitudinibus æqualibus, aut reciprocis, ſunt æqualia ; & viciſſim.

2°. Altitudinibus æqualibus, ſunt ut baſes ; vel baſibus æqualibus, ut altitudines.

IX.

LATERA Trianguli in eâdem ratione ſecantur à lineâ ad baſim parallelâ ; & viciſſim. Undè

1. Quæ habent duo latera circa æquales angulos proportionalia, ſunt ſibi mutuò æquiangula.

2°. Quæ ſibi mutuò ſunt æquiangula, habent omnia latera circà æquales angulos proportionalia ; & viciſſim. At non ſic de cæteris figuris rectilineis.

3°. Triangula igitur, quæ duo latera circa æquales angulos habent proportionalia, ſunt inter ſe ſimilia.

4°. Quæ æqualem angulum habent, ſunt ut producta ex lateribus æqualem angulum continentibus.

5°. Non Triangulorum modò, ſed & rectilinearum quarumcumque ſimilium figurarum ambitus ſunt ut latera homologa ;

ſeu, ſi inſcribantur aut circumſcribantur illæ circulis, ſunt ut circulorum diametri : quâ in ratione quoque ſunt ipſæmet circulorum peripheriæ.

X.

TRIANGULA aut Parallelogramma ſimilia ; imò rectilineæ quæcunque figuræ ſimiles, ſunt ut quadrata laterum homologorum ; ſeu, ſi inſcribantur aut circumſcribantur illæ circulis, ut quadrata diametrorum : quam rationem ſervant etiam ipſæmet circulorum areæ. Ac proindè in Triangulo rectangulo figura, quæ fit à lineâ rectum angulum ſubtendente, æqualis eſt figuris ſimul ſumptis ſimilibus quæ fiunt à reliquis lateribus. Ratio etiam Quadratorum laterum Trianguli rectanguli, imò & Amblygonii vel Oxygonii aliundè conſtat : nempè ſi ab angulo quovis dato Trianguli cujuſvis rectilinei in oppoſitum latus ſeu baſim (ubi neceſſe) productam, duæ rectæ ducantur, quæ cum illâ baſi ſingulæ conſtituant angulos dato æquales,

1°. Cùm angulus hic datus, eſt obtuſus, quadratum baſeos excedit quadrata ſimul ſumpta laterum penès rectangulum ſub illâ baſe & parte ejus comprehensâ inter rectas ad illam ex angulo dato demiſſas.

2°. E contrà penès hoc idem rectangulum deficit quadratum baſeos à quadratis laterum, cùm his comprehenſus angulus datus, eſt acutus.

3°. Tandem cùm angulus hic rectus eſt, quadratum baſeos quadratis laterum ſimul ſumptis æquatur.

X I.

RECTÆ ab eodem puncto ad oppoſitas circularis peripheriæ partes terminatæ, hanc inter & punctum iſtud partes habent ſibi mutuò vel totis aliis reciprocas ; prout intrà vel extrà circulum, punctum concursûs illarum fuerit aſſumptum. Undè

1°. Si punctum iſtud eſt intrà circulum, rectangula ſub ſegmentis earum ſunt æqualia.

2°. Si id extrà circulum, rectangula ſub totis & partibus earum externis, ſunt quoque ſingula inter ſe æqualia.

3°. Hæc eadem rectangula pariter æqualia ſunt quadratis tangentium ab eodem externo puncto ductarum ; ac proindè ex eodem puncto circulum tangentes ſunt æquales.

X I I.

FIGURAM quamvis rectilineam metiri vis? Scito ſingula Trianguli latera eſſe inter ſe ut ſinus angulorum quibus opponuntur; duorumque laterum ſummam eſſe ad eorum differentiam ut tangens ſemi-ſummæ ad tangentem ſemi-differentiæ angulorum tertio lateri adjacentium; ac denique majus latus eſſe ad ſummam cæterorum ut horum differentia ad differentiam partium in quas id ipſum dividitur à perpendiculari ex angulo oppoſito demiſsâ. Hinc enim Triangulorum rectilineorum, adeóque rectilinearum omnium figurarum tota pendet Analyſis.

DE CORPORIBVS.

I.

CORPUS est res quoquoversùs extensa; cujus extremum est Superficies. Quemadmodum enim Linea punctis, Superficies lineis, ita Corpus undique clauditur superficiebus, ex quarum concursu angulus fit *solidus*.

II.

ANGULO solido rectilineam oppone basim, & fiet *Pyramis*. Undè perspicuum est omnia plana, sive omnes superficies quibus continetur Pyramis, esse triangula, exceptâ base, quæ potest esse trium, quatuor, quinque, sex, & plurium angulorum, ex quibus Pyramis dicitur *Triangula*, *Quadrangula*, *Pentagona*, *Hexagona*, & sic de cæteris. Atque Pyramis eo jure omnium Corporum primum ac simplicissimum est, quo rectilineum Triangulum prima est & simplicissima inter planas omnes rectilineas figuras; siquidem ut rectilineæ figuræ in Triangula, sic Corpora (*Polyëdra*) planis undique superficiebus comprehensa in Pyramides resolvi possunt.

III.

EX hisce tribus: vel *Pyramides*, vel *Prismata*, vel *Conos*, vel *Cylindros esse æquales*; *esse ejusdem*, vel *æqualis baseos*; *esse æqualis altitudinis*, vel *inter eadem Plana parallela*: duobus datis, necessariò venit & tertium. Indè

1°. Pyramis est tertia pars Prismatis eamdem aut æqualem cum ipsâ basim & altitudinem habentis. Idem dicito de Cono respectu Cylindri.

2°. Si horum corporum basim duxeris in altitudinem, *Productum* erit soliditas ipsa Prismatis vel Cylindri, triplumve Pyramidis vel Coni. Hinc ars obtinendi soliditatem corporum omnium Polyëdrorum: hæc scilicet in Pyramides distinguendo, Pyramidumque moles in unam summam colligendo.

IV.

IN genere Pyramides, Prismata, Coni, Cylindri sunt inter se ut producta ex altitudinibus per bases. Undè solida hæc

1°. Basibus & altitudinibus æqualibus, aut reciprocis, sunt æqualia; & vicissim.

2°.

2°. Altitudinibus æqualibus, ſunt ut baſes; vel baſibus æqualibus, ut altitudines.

PROBLEMATA.

1um. EX quovis aſſignato puncto rectam alteri datæ perpendicularem aut parallelam ducere.

2. In dato puncto rectæ datæ angulum dato æqualem conſtituere.

3. Datum angulum bifariàm ſecare, & ſic perpetuò ſecundùm rationem duplam.

4. Lineam rectam in quotcunque partes, & ſecundùm quaſcunque datas partium rationes interſtinguere.

5. Datis duabus vel tribus rectis, tertiam vel quartam quamcumque, ſive mediam, ſive extremam proportionalem invenire; atque ità ſeriem quamcunque datam Geometricè proportionalium continuare.

6. Rectâ quâpiam mediâ datâ, extremas utrimque proportionales invenire, quæ ſint in ratione datâ.

7. Datis poſitione tribus rectis ex eodem puncto ductis, & in eodem plano jacentibus, è dato in illarum quâlibet puncto ducere rectam cujus partes inter dictas rectas interceptæ ſint in ratione datâ.

8. Per tria quæcunque puncta data in eodem plano, ſed non in directum poſita, circulum deſcribere. Atque ità dati arcûs vel circuli centrum invenire.

9. Circuli tangentem ducere per datum peripheriæ punctum, vel per externum quodvis aliud in ejus plano datum.

10. Per duo puncta data circulum ducere qui tangat rectam poſitione datam.

11. Lineam rectam dividere duas in partes ex quibus productum, ſeu Parallelogrammum ſit omnium maximum eorum quæ ex binis ejuſdem partibus fieri poſſunt.

12. Invenire Parallelogrammum cujus latera in datâ ratione quâvis & Diagonalis tranſeant per tria puncta in eodem plano data.

13. Deſcribere Polygonum alteri ſimile.

14. Rectilineas quaſcumque figuras ſimiles, vel etiam plures circulos, in unam his ſimilem figuram colligere; atque ita in-

venire figuram datæ cujuſvis rectilineæ, vel circularis ad libitum multiplam & ſimilem.

15. In Triangulo quovis rectilineo datis, vel tribus lateribus, vel duobus angulis cum unico latere, vel duobus lateribus cum angulo ab ipſis comprehenſo, vel denique duobus lateribus cum angulo eorum alterutri oppoſito & ſpecie anguli ab altero ſubtenſi; ejuſdem Trianguli aream cæteraque omnia invenire. Atque hinc dimenſiones omnes rectilineas, ſive acceſſas, ſive inacceſſas, quales ſunt itinerum longitudines ac locorum diſtantiæ, latitudines fluminum ac foſſarum, montium ædificiorumque altitudines, vallium profunditates, agrorum latifundia, & moles corporum exhibere.





DE VIRIBUS
MACHINARUM
THEOREMATA.

I.

MECHANICA machinatrix est Scientia ſpeculativo-practica, quæ circa Machinarum vires, conſtructionem, & per eas corporum motionem verſatur, inquirendo proportionem vires inter quaſcumque Machinarum motrices.

Machinas autem appellant Inſtrumenta ſuperandis quibuſcunque viribus aut reſiſtentiis, vel etiam motibus examinandis aut faciliùs expediendis, forinſecùs adhibita: Qualia vulgò recenſentur; *Vectis*, *Trochlea*, *Cochlea*, *Axis in Peritrochio*,

Cuneus, & ſimilia, vel ex his compoſita; quibus primis & elementaribus Machinis (has quinque *Facultates* Pappus appellat) præter *Planum inclinatum*, etiam adjici poteſt *Machina funicularis*, ex ſolis nempe funibus conſtructa, quales ſunt ramoſi funes quibus ſuſpenſa tenentur pondera, utpote cujus affectiones ex ipsâ quoque ſolâ, nullâque aliâ adhibitâ Machinâ, demonſtrari queant.

Porrò Vitruvius *lib.* 10. *cap.* 1. hoc videtur ponere diſcrimen Machinas inter & Organa, quòd Organum ſit ſimplex quidpiam, ut Vectis; Machina verò quid compoſitum ex pluribus Organis. Sed uſus obtinuit ut hæc etiam Organa, Machinarum ſaltem elementarium nomine donentur. Priuſquam autem ad has ſeparatim conſiderandas accedamus, prætermittenda ſunt communia quædam, quæ omnes ex æquo ſpectant, quæ ſint Lemmatum loco, & à quibus pendent ea quæ de ſingulis poſteà dicturi ſumus.

I I.

IN omni genere Machinarum exponendo tria potiſſimùm advertenda ſunt:

1°. *Virtus motrix*, quæ generatim eſt motûs efficiendi potentia; cùm verò deorsùm ſive ad terræ centrum ſponte ſeu impulſu naturali, (undecunque hic oriatur) tendit, ea dicitur *Gravitas*, ejuſque certa ac definita menſura vocatur *Pondus*.

2°. *Momentum*, quo quidem vocabulo intelligas virtutis motricis efficacitatem pro ſtatu in quo eſt; undè fieri poteſt ut pondus maneat unum idemque, variet tamen ſubindè momentum quod exercet in premendo alio pondere, pro diverſitate applicationis ad Machinam, aut diſpoſitione vel ſitu ad invicem: ſic pondus exiguum, ſuſpenſum è brachio Stateræ, eò majus habet momentum quò magis à puncto fixo illius removetur, ut infrà dicemus.

3°. *Directio virium*, recta nempè Linea, quâ vis motrix trahit aut pellit Machinæ punctum cui applicatur. Ex variis autem directionibus, quibus duæ vel plures virtutes idem corpus, ſeu Machinæ punctum premunt, efficitur motus quem vulgò dicunt *Compoſitum*: non quòd ex pluribus aliis motibus componatur, id enim mente concipi nequit; ſed quòd plurium virtutum concurſu, quaſi ab unicâ ex iis compoſitâ fiat.

III.

EFFECTUS sunt causis proportionales; siquidem hæ eatenùs tantùm causæ sunt, quatenùs effectus producunt. Hinc,

1°. Spatia paribus temporibus ab eodem corpore peragrata, sunt inter se ut vires hujusce corporis motrices.

2°. Et vicissim, cùm spatia ab eodem corpore peragrata, sunt ut vires, paribus temporibus peragrata sunt.

3°. Ubi corpus viribus diametraliter oppositis & æqualibus agitur, id manet immotum. Et vicissim, vires directè contrariæ, quibus corpus immotum redditur, sunt æquales.

4°. Tandem *neque major, neque minor vis requiritur ad grave corpus, aliquam ad altitudinem elevandum, quàm ad elevandum alterum minùs grave ad altitudinem tantò majorem, quantò hoc grave minus est, vel ad elevandum aliud gravius ad altitudinem tantò minorem.* Quod Cartesio *Epist.* 73. *Tom.* 1. primum est Mechanicæ principium, sed remotius quàm ut intimam æquilibrii rationem attingere possit: nec, inquam, hanc id magis attingit quàm universalissimum, ex quo fluit, principium (*Effectus sunt causis proportionales*) attingat effecta Naturæ.

IV.

SI corpus vel punctum gravitatis expers, à duabus potentiis seu viribus juxtà varias directiones simul moveatur, hisce conjunctis viribus Diagonalem Parallelogrammi eodem tempore describet, quo latera separatis. Undè

1°. Vis orta ex harum virium concursu, eamdem ad eas rationem habet, quam Diagonalis ad latera Parallelogrammi; suntque vires istæ ut hæc ipsa latera ad invicem.

2°. Tantumdem erit quoad lationem, sive feratur mobile motu composito seu viribus simul agentibus secundùm latera Parallelogrammi ipsis proportionalia, sive motu simplici, vel unicâ vi secundùm ejusdem Parallelogrammi Diagonium, quæ sit ad illas, ut Diagonium hoc ad ista latera.

3°. Corpus unicá vi, v. g. gravitate restitutâ, pressum juxtà Parallelogrammi Diagonalem, perindè secundùm eam nititur, ac si gravitatis expers id simul premeretur secundùm latera viribus quæ essent ad ejus gravitatem, ut hæc ipsa Parallelogrammi latera ad Diagonalem.

4°. Etiam, variatis in indefinitum circa eamdem Diagona-

lem Parallelogrammis, varientur quoque vires quibus corpus premitur secundùm eorum latera; nihilominùs tamen motus corporis per Diagonalem istam eâdem semper velocitate peragetur quandiu vires illæ singulæ erunt ut singula his respondentia latera.

5°. Tandem hæc motui ex pluribus quàm ex duobus composito similiter accommodabuntur, sive hi directiones habeant omnes in eodem plano, sive secùs. Ergo

PRINCIPIUM GENERALE.

QUANDO duæ aut plures quotcunque potentiæ, quarumlibet directionum & rationum inter se, simul agunt: in unam omnes illæ quasi coëunt, quæ tota exercetur in idomne quod ipsi obstaculo est in ejus lineâ directionis (v. g. In Pondus, quod solis funiculis sustinetur; In centrum Trochleæ, sive sit id mobile, sive immobile; In punctum Superficiei, quod perpendiculariter subjacet concursui directionum ponderis & potentiæ id ipsum hac in superficie sustinentis; In Vectis hypomochlium, &c.) *ita ut hoc obstaculum, quando majus, aut saltem æquale est viribus hujus impressionis compositæ, eam sustineat non secùs ac si eadem esset effectus unius cujusdam potentiæ à quâ non posset id superari: ac proindè illud idem necessariò sufflaminet concursum actionis potentiarum omnium, quæ ad communem hanc impressionem conspirant, atque illas in quiete & æquilibrio retineat.*

Corpus enim, licet à potentiis (quotquot volueris) actum, cùm unam duntaxat inire viam possit, idem erit ipsi nisus & eadem directio, ac si ab unicâ eâque simplicissimâ potentiâ his æquivalente ageretur; & consequenter pari hinc indè ratione sistet illud invictus obex ipsi directè contrarius, qui scilicet viam directionis ejus occludat; atque ità ex motibus compositis pari facilitate fluit æquipondium in Machinis, ac ponderis à gravitate quies in plano horizontali: imò Physica ratio, seu genesis ipsa æquilibrii posita videtur in solâ compositione motuum, quâ nempè fit ut potentiæ, quidquid nisûs habent in Machinam quamlibet, v. g. in Vectem, id totum mutuò consocient in hypomochlium, quo resistente nisus hic totus extinguitur; indéque Vectis, factus expers omninò virium, sistitur. Et sic de cæteris aliis Machinis: Nempè

DE PONDERE FUNIBUS SUSPENSO.

I.

PONDUS duabus restibus suspensum directionem habet per earum concursum. Undè generatim sequitur

1°. Corporis duobus funiculis utlibet concurrentibus retenti directionem, quocunque tendat, per funiculorum ubivis productorum concursum semper esse transituram.

2°. Ubi concursus funium evanescit ad infinitam distantiam, veluti dum fiunt paralleli, directionem ponderis eò pariter cum ipsis concurrere; adeóque tunc iisdem esse parallelam.

3°. Quotcunque funiculis pondus vel onus retineatur, ejus directionem semper futuram esse in concursu directionis unius ad libitum è potentiis sustinentibus, cum directione communi cæterarum.

I I.

VT res faciliùs intelligatur, quæ funium vel funis ramorum simul onus sustinentium partes ab eodem nodo sumuntur proportionales viribus applicatis, eæ simpliciter dicantu *Proportionales virium istarum.* Jam si ex harum *proportionalium* duabus ad libitum sumptis fiat Parallelogrammum; dein ex hujus Diagonali à nodo funium ductâ, & ex tertiâ rursùs ad libitum *proportionali* fiat alterum Parallelogrammum; pariter ex hujus Diagonali à nodo communi ductâ, & ex quartâ *proportionali* fiat adhuc Parallelogrammum; & sic perpetuò: ultimi horum Parallelogrammorum Diagonalis dicetur *ultima Diagonalis*, cæteræque dicentur *Diagonalis prima, secunda, tertia, quarta, &c.* secundum ortûs ordinem. Partes autem directionis ponderis, inter ramorum concursum & perpendiculares ab extremis hisce *proportionalibus* ad istam ponderis directionem ductas, interceptæ, appellentur *Sublimitates* vel *Profunditates* potentiarum ipsis respondentium, atque etiam potentiæ dicantur *subli-*

mes aut *profundæ*, prout cadent illæ perpendiculares suprà vel infrà ramorum concursum.

III.

PONDUS duobus funiculis sustentatum, & in æquilibrio existens cum potentiis ad funiculos applicatis, semper est ad eas singulas ut Diagonalis Parallelogrammi, facti sub *proportionalibus* earum, ad ejusdem altera singula. Atque ità

1°. Pondus est ad sustinentes potentias, ut sinus anguli funiculis earum comprehensi, ad sinus reciprocè sumptos angulorum quos singuli funiculi cum directione ponderis constituunt.

2°. Potentiæ verò sunt ut sinus hi reciprocè sumpti, hoc est, in ratione reciprocâ distantiarum directionis ponderis à suis.

3°. Tres potentiæ totidem funiculi ramis in se invicem agentes, & æquipollentes, eamdem servant inter se rationem, quam sinus angulorum ipsis oppositorum, seu quos earum directiones productæ penetrant, vel utcunque dividunt.

4°. Duæ simul ex tribus hisce potentiis ad libitum sumptæ, sunt semper tertiâ majores.

5°. Cùm angulus funium quibus in pondus agunt potentiæ, infinitè acutus est, seu omnium possibilium minimus, hoc est, cùm (illo evanescente) funes fiunt paralleli, jam pondus est æquale summæ potentiarum.

6°. Cæteris verò in casibus pondus semper minus erit summâ potentiarum.

7°. Tantò (pro ratione sinuum) minus est pondus, quantò funium potentiis respondentium angulus est obtusior.

8°. Eædem potentiæ cum diversis ponderibus minoribus & minoribus in infinitum, manere possunt in æquilibrio.

9°. Pondus funibus suspensum, summâ sustinentium potentiarum majus esse nequit; at hac eâdem summâ id potest esse minus ac minus in infinitum.

10°. Tandem (quod Paradoxum est) funis perfectè flexilis, quantiscunque viribus ad ipsius extremitates applicatis extendatur, rectus nunquam evadet, sed is suo quantulocunque pondere semper incurvabitur.

IV.

VICISSIM, iisdem manentibus, si pondus sit ad potentias ipsum funibus sustinere nitentes, ut sinus anguli quem constituunt inter se potentiarum funiculi, ad sinus reciprocè sumptos angulorum quos hi singuli funes efficiunt cum directione ponderis; hoc idem pondus ab istis potentiis sustentabitur, seu cum illis in æquilibrio manebit. Igitur

1°. Si tres potentiæ totidem funiculi ramis applicatæ, sint inter se ut sinus angulorum per quos earum directiones productæ transeunt; has inter potentias stabit æquilibrium, seu ex iis nulla à duabus aliis vincetur.

2°. Infinitæ numero potentiæ, iisdem servatis funium directionibus, sibi invicem ternæ ternis succedentes, ac ejusdem semper inter se rationis, servabunt æquilibrium.

V.

VIRES quas singulæ potentiæ, pondus funibus sustinentes, exercent secundùm hujus ponderis directionem, id est, pro vel contra pondus hoc, sunt inter se ut earumdem potentiarum *sublimitates*, si ambæ potentiæ sursùm tendant; vel ut *sublimitas* alterius ad alterius *profunditatem*, si altera sursùm, altera deorsùm vergat. Undè

1°. Cùm potentiæ se mutuò juvant ad pondus sustinendum, partes ponderis hujus, à singulis istis potentiis sustentatæ, sunt inter se ut earumdem *sublimitates*.

2. Atque si harum potentiarum directiones secentur horizontali quâpiam, earum unaquæque erit ad ponderis partem quam sustinet, ut suæ directionis pars intercepta hac horizontali & funium concursu, ad partem directionis ponderis inter hos terminos comprehensam; vel ut sinus totus ad sinum anguli suæ directionis cum istâ horizontali.

3°. Tunc quoque singulæ potentiæ sunt ad totum pondus, ut earum *proportionales* singulæ ad summam *sublimitatum*.

4°. At cùm alterutra potentiarum favet ponderi, illudque deprimit, jam singulæ sunt ad pondus, ut ipsarum *proportionales* singulæ ad earum *sublimitatis* & *profunditatis* differentiam.

5°. Si potentiarum alterutrius directio sit horizontalis, erit n aquæque ad pondus sustentatum, ut sua *proportionalis* ad alterius sursùm nitentis potentiæ *sublimitatem*.

6°. Prætereà eodem in caſu vis quam ad perpendiculum exercet potentia pondus attollens, erit æqualis ſola toti ponderi; vis autem ejus horizontalis, æqualis erit potentiæ quæ, ad horizontem directa, tota erit adversùs iſtam pondus ſuſtinentem.

7°. Cùm eodem in caſu ſit verticalis directio potentiæ pondus attollentis, æqualis ipſa ſit ponderi, evaneſcentibus nimirùm vi ejus horizontali & alterâ potentiâ ſecundùm horizontem directâ.

VI.

PONDUS quotvis funiculis utlibet directis ſuſpenſum, eſt ad ſuſtinentes potentias ſingulas, ut *ultima Diagonalis* ad ſingulas earum *proportionales.* Atque ità, Pondus ſuſpenſum funiculis tribus, eodem in nodo, ſed non in eodem plano convenientibus, eſt ad ſuſtinentes potentias, ut Diagonalis ad latera Parallelepipedi ex earum *proportionalibus* conſtructi.

VII.

PONDUS etiam ſuperius funiculis quotcunque ſuſpenſum, eſt ad ſuſtinentes potentias ſingulas, ut ſumma ex earum *ſublimitatibus*, detractâ ſummâ *profunditatum*, hoc eſt, ut exceſſus quo harum ſummarum prima ſuperat ſecundam, ad ſingulas earumdem potentiarum *proportionales.* Atque hinc, datis potentiis cum earum directionibus (quotquot ſint) facilè pondus eruitur.

DE TROCHLEA.

I.

TROCHLEA est Machina constans uno aut pluribus Orbiculis, seu rotulis circa axes suos versatilibus, quâ circumducto circà Orbiculum aut Orbiculos fune pondera trahimus aut elevamus. Hæc autem Machina, cùm unius est duntaxat Orbiculi, appellatur *Trochlea simplex*, vel *Monospastos*; Cùm in eâ sunt duo, tres, quatuor, quinque, aut plures orbiculi, tunc pro orbiculorum numero Machina vocatur *Dispastos*, *Trispastos*, *Tetraspastos*, *Pentaspastos*, *&c.* uno verbo *Polyspastos* : quasi dicas Machinam seu Trochleam *Bitraham*, *Tritraham*, *Quadritraham*, *Multitraham*. Et hæ Trochleæ compositæ, Gallicè dicuntur *Moufles*, vel *Poulies à moufles*; Orbiculorum Loculamenta, seu Capsæ vel Capsulæ, dicuntur *Echarpes* ou *Chapes*; & Axiculi seu clavi teretes, circà quos rotantur Orbiculi, dicuntur *Boulons* ou *Goujons*. Tandem cùm Trochleæ centrum fixum & immobile tenetur clavo circà quem versatilis est duntaxat Orbiculus, vocatur *Trochlea fixa*; cæteræ autem, quæ cum pondere possunt adduci, dicuntur *mobiles*.

I I.

PONDUS vel potentia applicata centro mobili Trochleæ, & in æquilibrio existens cum duabus aliis potentiis utlibet directis, quæ funiculi Trochleæ incumbentis extremitates trahunt, semper est ad quamvis harum potentiarum, ut sinus anguli funiculis (ubi necesse) productis comprehensi, ad sinum ejusdem dimidii. Hinc

1°. Potentiæ quæ nituntur adversùs pondus aut potentiam Trochleæ centro applicatam, semper sunt æquales inter se.

2°. Cùm angulus funium est infinitè acutus, seu omnium possibilium minimus, sive cùm (illo evanescente) funis partes orbiculum contingentes, fiunt parallelæ, tunc pondus vel potentia Trochleæ centro adhibita, æqualis est summæ potentiarum à quibus sustinetur; Et earum unaquæque dimidia est istius ponderis aut potentiæ.

3°. At in cæteris præter Parallelismum casibus, pondus vel potentia ad Trochleæ centrum applicata, semper minor est sum-

mâ potentiarum ipsi resistentium ; & eò minor (pro ratione sinuum) quò funium angulus sit obtusior.

4°. Eædem potentiæ manere possunt in æquilibrio, ejusdem Trochleæ ope, cum diversis ponderibus minoribus & minoribus in infinitum.

5°. Pondus vel potentia à duabus aliis sustentata, nequit esse major quàm earum summa ; at hac eâdem summâ minor & minor in infinitum esse potest.

6°. Unus duntaxat est ex infinitis numero casibus, nempè cùm funium directiones sunt parallelæ, in quo pondus vel potentia sustentata, dupla sit singularum potentiarum à quibus illa sustinetur ; in infinitis autem numero cæteris semper minor est quàm dupla, & eò minor (pro ratione sinuum) quò funium angulus sit obtusior.

7°. Cùm Trochleæ centrum, sive fixum, sive mobile, perindè resistat ac pondus aut potentia ad Trochleæ capsam applicata ; erit ejus resistentia, vel clavi centrum (si fixum sit) retinentis, ad singulas potentias funem Trochleæ circumductum trahentes, ut sinus anguli funibus comprehensi ad sinum dimidii ejusdem ; Ac proindè vel dupla erit uniuscujusque earum, nempè cùm funes sunt paralleli, vel cæteris in casibus semper minor quàm dupla, eóque minor (pro ratione sinuum) quò funium angulus est obtusior.

8°. Ex his tandem patet quantopere ii sint allucinati, qui ad solum chordarum Parallelismum attendentes, generaliter pronuntiarunt : *Potentias sustinentes pondus appensum ad capsam simplicis Trochleæ, singulas esse ponderis subduplas seu dimidias.*

9°. Constat etiam Trochleâ fixâ simplice nullatenùs juvari potentiam in attollendis ponderibus, nisi quòd hæc ab illâ commodiorem quandoque directionem obtineat.

III.

VICISSIM pondus vel potentia applicata centro mobili Trochleæ, tandiù manet in æquilibrio cum duabus aliis potentiis, quæ funiculi Trochleæ incumbentis extremitates trahunt, quandiù illa est ad quamvis harum, ut sinus anguli quem funiculi partes productæ comprehendunt, ad sinum dimidii ejusdem anguli. Itaque sequitur

1°. Easdem potentias in duplici positione funium concurrentium, hoc est, in duplici funis partium productarum concur-

ſu, poſſe ſuſtinere pondus idem, vel eamdem potentiam illis contrariam.

2°. Si funes non concurrant, ſeu cùm illi paralleli ſunt, hâc in unâ poſitione funium pondus capſæ appenſum, vel potentiam ei applicatam, à duabus aliis ſuſtineri poſſe.

IV.

CUM pondus aliquod ſuſtinetur ope plurium Trochlearum ſimplicium mobilium, quæ funiculis totidem alterâ ſui extremitate fixis adduci poſſunt; ſeu cùm pondus eſt appenſum capſæ Trochleæ mobilis ſuſtentatæ circumvoluto fune habente ſui extremitatem alteram fixam, alteram alligatam capſæ alterius Trochleæ mobilis, pariter ſuſtentatæ altero fune alterâ etiam ſui extremitate fixo, & alterâ alligato capſæ tertiæ Trochleæ mobilis, adhuc ſimili modo ſuſtentatæ, & ſic perpetuò uſque ad potentiam ſuſtinentem ope funis circumvoluti ultimæ Trochleæ mobili, & alterâ ſui extremitate fixi; Tunc pondus iſtud eſt ad ſuſtinentem potentiam, ut productum ex ſinubus angulorum quos productæ funium partes Trochlearum tangentes comprehendunt, ad productum ex ſinubus dimidiorum eorumdem angulorum. Indè

1°. Si funium partes eamdem Trochleam contingentes, binæ ſint ubique parallelæ, pondus erit ad potentiam ut ultimus terminus ad primum in progreſſione duplâ 1, 2, 4, 8, 16, &c. terminos tot habente cum uno, quot ſunt Trochleæ mobiles.

2°. In cæteris verò caſibus, hoc eſt, cùm funium partes eamdem Trochleam contingentes, non ſunt binæ parallelæ, pondus eſt in minori ratione ad ſuſtinentem potentiam, quàm ultimus terminus ad primum progreſſionis duplæ, tot terminis cum uno conſtantis, quot ſunt Trochleæ mobiles.

3°. Cave itaque ne dixeris hoc in uſu Trochlearum, *potentiæ vim pondus ſuſtinentis augeri ſecundùm rationem duplam, pro numero Trochlearum mobilium.*

DE PLANO INCLINATO.

I.

PLANUM *inclinatum* id dicitur quod obliquè insistit horizonti ; ejusque *inclinationis angulum* dicunt eum quem id constituit cum horizonte, vel complementum ejusdem ad rectum ; Et tandem ejus *altitudo* sumitur penès rectam directioni ponderis in eo sustentati parallelam. Undè si curva superficies spectetur quasi constans ex infinitè parvis superficiolis planis variè inclinatis juxtà directiones planorum tangentium in punctis istius superficiei curvæ singulis ; palàm fit illius inclinationem in singulis variari, eamdemque esse ac plani tangentis in iisdem.

II.

CORPUS quod incumbit superficiei, non movetur quandiù linea directionis ejus (undècunque sit) transit per ejusdem corporis basim, seu per eam ipsius partem quâ superficiem tangit, modò tamen ista directionis linea huic superficiei perpendiculariter insistat. At si obliquè, licet per basim ; vel si extrà basim, licet perpendiculariter illa transeat : corpus in eam suæ baseos partem movebitur, ad quam verget linea directionis ejus : nimirùm labitur cùm hæc linea transit per basim ; at verò volvitur, si hæc eadem excesserit è basi.

III.

IN quâvis superficie si cadenti renitatur potentia, utlibet directa, ponderi ; tandiù æquipollebunt hoc & illa, quandiù ad superficiei partem ponderi subjectam perpendicularis erit Diagonalis Parallelogrammi cujus latera assumpta in directionibus ponderis & potentiæ, sunt his proportionalia. Atque ità

1°. Onus vel resistentia superficiei cujusvis, in quâ potentia utlibet directa pondus sustinet, semper est ad ponderis gravitatem & ad potentiam hanc, ut sinus anguli inter directiones ponderis & potentiæ comprehensi, ad sinus reciprocè sumptos angulorum quos efficiunt directiones hæ singulæ cum perpendiculari ex earum concursu ad subjectam superficiem demissâ.

2°. Hinc minùs cautè dictum videtur *gravitationem ponderis in planum, sumendam esse penès differentiam virium, quibus idem pondus tùm in plano, tùm in sublimi sustineri potest; adeò ut si pondus istud centum penderet libras, & quadraginta duntaxat librarum ope sustineretur in plano, tunc planum sexaginta libris oneratum foret.*

3°. Pondus & potentia sunt inter se ut sinus reciprocè sumpti angulorum, quos directionibus suis efficiunt cum perpendiculari ex earum concursu ad superficiem demissâ.

4°. Cùm igitur potentia directionem habet horizonti parallelam, tùm ea est ad pondus quod in plano sustentat, ut altitudo plani ad basim; & ad onus plani, ut altitudo ad longitudinem; adeò ut pondus, potentia, & onus plani tunc sint inter se, ut plani basis, altitudo, & longitudo.

5°. At si directio potentiæ fiat parallela plano; jam pondus, potentia, & onus plani, erunt inter se, ut ejusdem plani longitudo, altitudo, & basis. Quocircà fallitur is qui asserit *gravitationem in planum horizontale esse ad gravitationem in planum inclinatum, ut secans anguli inclinationis ad excessum secantis illius suprà radium.*

6°. Tunc etiam, hoc est, cùm potentia est ad pondus quod sustinet, ut ejusdem plani altitudo ad ejus longitudinem; hæc eadem potentia erit omnium minima, quæ id ipsum sustinere possint in eâdem inclinatione plani.

7°. His adde eò minorem requiri potentiam ad sustinendum pondus in plano cui directionem habet illa parallelam, quò minor est hujus plani altitudo. Atque adeò plani accessu ad horizontem, potentiam ad æquilibrium requisitam, reddi posse minorem & minorem in infinitum pondere quod sustinet; ita ut ea tandem evanescat ubi planum horizontale fuerit.

8°. Nunquam potentia major esse debet quàm pondus, manente ejus directione parallelâ plano; sed ponderi tantùm æqualis esse potest, nempè cùm angulus horizontis & plani rectus est.

9°. Non modò, manente directione potentiæ parallelâ plano, eò major potentia requiritur ad pondus inibi sustinendum, quò major est altitudo plani; sed etiam, manente eâdem inclinatione plani, tantò plus (pro ratione sinuum) potentia debet augeri, seu major adhiberi, quantò plus ejus directio recedit à

parallelismo cum illo: ità tamen ut si recessus iste fiat sursùm, potentia tùm ad summum æqualis esse debeat ponderi; at si deorsùm, possit ea crescere in infinitum. Nempè ut potentia directa perpendiculariter ad planum utlibet inclinatum, pondus in eo quantulumcunque sustineret, deberet esse infinita.

IV.

IISDEM stantibus quæ suprà, si ab extremâ Diagonali (ad superficiem perpendiculari) Parallelogrammi, quod constituunt latera in directionibus ponderis & potentiæ sumpta ipsis proportionalia, ducatur perpendicularis ad latus assumptum in directione ponderis; pars lateris hujus superior erit ad inferiorem, ut pars ponderis sustentata à superficie, ad alteram ponderis partem quam potentia sustinet. Itaque

1°. Totum pondus est ad sui partem à superficie vel à potentiâ sustentatam, ut totum latus in directione ponderis assumptum, ad superiorem vel ad inferiorem sui partem.

2°. Tota potentia est ad partem ponderis à superficie vel ab ipsâ sustentatam, ut latus assumptum in directione potentiæ, ad superiorem aut ad inferiorem partium lateris assumpti in directione ponderis.

3°. Onus vel resistentia superficiei est ad partem ponderis à se vel à potentiâ sustentatam, ut Diagonalis Parallelogrammi, quod constituunt latera in directionibus ponderis & potentiæ sumpta, ad superiorem aut inferiorem partium lateris assumpti in directione ponderis.

4°. Ne igitur dixeris, *cùm potentia sphæram sustinet directione ad planum parallelâ, partem ponderis à plano sustentatam esse ad residuam, ut plani basis ad altitudinem*; quin potiùs esse dicito ut quadratum baseos ad quadratum altitudinis.

5°. Jam si horizontalis fiat directio potentiæ, nihil ab hac de pondere, sed totum id feretur à solâ superficie in quâ sustentatum ponitur. At si potentiæ directio suprà horizontem vergat; quantò major fiet angulus ejus cum horizonte, tantò minor (quâ ratione? dicemus) fiet ponderis pars à superficie sustentata; ac tandem nulla, ubi angulus hic evaserit rectus.

6. Ex his autem compertum habetur quantopere declinet à vero Neotericus Author qui asserit *Momentum globi super plano declivi esse ut angulus inclinationis*; indéque arguit Stevinum

num, Galilæum, Toricellium, & alios, quòd id ſtatuant, non ut angulus, ſed ut altitudo plani, quale concluſum fuit ſuperiùs *corol. 5. art. 3. pag.* 31. Atque hinc errores quàm plurimi, quibus ubique ſcatet illius doctrina *De momentis gravium*, de quibus tamen monuiſſe ſufficiat.

V.

MONUISSE etiam juvat eos qui pondus in plano declivi ſuſtentatum, referunt ad Vectem, cujus fulcrum ſit in ponderis puncto planum tangente; ſuam ut hac de re compleant Demonſtrationem, duo requiri.

1°. Ut artem inveniant quâ, pondere pluribus in punctis planum tangente, conſtet quodnam ex iis ſeligi debeat in Vectis fulcrum; cùm id officii uni duntaxat eorum competere poſſit. Hujus autem artis defectu, iſta eorum Demonſtratio non valebit ad ſummum, niſi pro pondere quod planum in unico puncto contingat: Ac forſan indè factum ut Globoſa tantùm pondera in planis adhibuerint; aut ſi Anguloſum quodpiam, id poſuerint innixum ſuper unum duntaxat apicis vel anguli punctum ſtare.

2°. Ut aſſignati fulcri directionem ſtatuant; aliàs caveant ne Vectis ipſe labatur, eâque ratione quâ pondus, ille deſerat punctum plani quod fulcrum ponitur: eadem enim eſt utrobique difficultas de hoc Vecte, ac de pondere ſuſtentando in plano declivi. Quæ autem ſint Vectis affectiones præcipuæ, en accipe.

DE VECTE.

I.

VECTIS est oblongus palus, quem hìc spectamus tanquam lineam inflexilem, ponderibus vehendis, sustinendis, vel levandis accommodatam, nulliusque ponderis. Punctum cui innititur Vectis, & circà quod ille tanquam circà centrum movetur, vocatur *Hypomochlium* seu *Fulcrum*.

Tria vulgò distinguuntur in Vecte: *Potentia* movens vel sustinens, *Pondus*, & *Fulcrum*; atque pro triplici horum trium dispositione, Vectem triplicis generis constituêre. Vel enim fulcrum est inter potentiam & pondus, vel pondus inter fulcrum & potentiam, vel denique potentia inter fulcrum & pondus: si primum, *Vectem* dixêre *primi generis*; si secundum, *secundi generis*; si tertium, *tertii generis*. Quæ divisio ob id forsan instituta fuit, quòd hos omnes Vectes unâ demonstratione complecti non possent. Nos verò, quibus id facile est, ad unum & idem genus hos revocamus omnes: nempè cùm pondus & fulcrum idem præstent ac potentiæ duæ earumdem cum ipsis directionum & virium seu resistentiarum; Vectis duntaxat unus esse videtur ad cujus tria puncta applicari potentiæ totidem censendæ sunt, quarum duæ ad libitum semper conveniunt adversùs tertiam his ambabus contrariam. Quoquo igitur modo potentia, pondus & fulcrum inter se disponantur, id perindè semper erit. Quin, inquam, neglecto genere Vectium, num scilicet id unum sit vel multiplex, hos omnes ûnâ & singulis propriâ Demonstratione, pro quibusvis etiam ponderum aut potentiarum directionibus complectemur. Atque ita persolvetur quæstio allata ab insigni Geometrâ *Fermatio* in collectione variorum ejusdem operum, *pag. 142. edit. Toloz. 1679. Fundamenta*, inquit, *Mechanices non satis accurata tradidisse Archimedem fueram dudum suspicatus, supposuisse enim motus gravium descendentium inter se parallelos patet, nec verò absque hac hypothesi constare possunt ipsius demonstrationes. Non inficior quidem hypothesim hanc ad sensum proximè accommodari, quippè propter magnam à centro Terræ distantiam possunt*

descensus gravium supponi paralleli, non secùs ac radii solares : sed veritatem intimam & accuratam quærentibus, hæc non satisfaciunt. Generalis nempe Vectium natura in quolibet mundi loco videtur considerand & astruenda. Astruemus.

I I.

LIBRA vel *Bilanx* dicitur Vectis species, cujus fulcrum medium est inter ejusdem Vectis extremitates, quibus appenduntur pondera, æqualiterque ab illis hinc indè dissitum.

Porrò Libræ partes sunt, 1°. *Jugum* seu virga oblonga, cujus ab exttemis pendent Lances. 2°. *Axis*, qui jugi medio transversim infixus est, illudque sustinet, ac in duo brachia æqualia dirimit. 3°. *Lances* à brachiorum extremis liberè dependentes, quibus immitti solent pondera, alteri quidem notum, alteri explorandum. 4°. *Trutina*, manubrium scilicet sive scapus quo axis extrema utrimque sustinentur & cum axe jugum ipsum ; usurpatur etiam ea pro Bilance totâ. 5°. *Examen*, quod quidem est lingula medio jugo insistens ad angulos rectos, quæ indicium est vel æquilibrii dùm intrà fissuram perpendicularis trutinæ continetur, vel præponderantiæ prout ad hanc vel illam partem extravagatur.

I I I.

IN omni Vectium genere, quemcumque angulum inter se constituant directiones potentiarum applicatarum Vecti ut libet posito, figuræque cujusvis ; istæ potentiæ semper erunt in æquilibrio super Vectis puncto fixo per quod transit Diagonalis Parallelogrammi, cujus latera assumpta in directionibus potentiarum, sunt iisdem potentiis proportionalia. Et vicissim, si duæ potentiæ ut libet directæ, sibi mutuò sint æquiponderantes super aliquo Vectis cujuscunque puncto ; per hoc transibit semper Diagonalis Parallelogrammi, cujus latera assumpta in directionibus potentiarum, sunt iisdem potentiis proportionalia. Ergo

1°. In specie Vectium, in quibus fulcrum intercedit potentias, hoc est, in quibus potentiæ ad easdem partes agunt, semper erit aliquod punctum intermedium, super quo fixo has inter potentias erit æquilibrium.

2°. Eædem potentiæ æquilibrium successivè servare possunt super infinitis ejusdem Vectis punctis, solâ directionum variatione, quas singulis in casibus, seu punctis in fulcra datis singulis debitas definiemus; vel directionibus datis, fulcra dabimus.

3°. Fulcri resistentia vel onus est ad potentias singulas, ut Diagonalis Parallelogrammi sub *proportionalibus* potentiarum, ad ejusdem latera; quæ Diagonalis ipsamet est etiam fulcri directio. Atque ita

4°. Cùm angulus directionibus potentiarum comprehensus, infinitè acutus est, seu omnium possibilium minimus; jam onus vel resistentia fulcri dirigetur secundùm parallelam directionibus potentiarum sibi invicem tunc parallelis.

5°. His in Vectibus, quorum fulcrum est inter potentias, eò minor est (pro ratione Diagonalis superioris) resistentia vel onus fulcri, quò obtusior est angulus comprehensus directionibus potentiarum: ac proindè cùm ita aperitur angulus iste, ut tandem evanescat; tunc (servatis iisdem potentiis) onus vel resistentia fulcri fit omnium minima, imò & nulla ad partes ad quas primùm erat, sed æqualis differentiæ potentiarum secundùm directionem majoris earum.

6°. Contrà verò iisdem in casibus, quò fit acutior angulus quem potentiarum directiones inter se constituunt, eò major (pro ratione Diagonalis superioris) fulcri resistentia vel onus evadit. Attamen onus istud nunquam potest esse majus summâ potentiarum ad easdem partes trahentium; sed tantùm huic æquale, & unico duntaxat in casu, cùm scilicet directiones potentiarum sibi invicem parallelæ sunt, id est, cùm angulus, quem illæ constituunt inter se, fit infinitè acutus, sive omnium possibilium minimus. Cave igitur ab eorum praxi qui in solvendis Problematibus de inveniendo Vectis hujusce generis centro, seu puncto fixo, indiscriminatim assumunt *Onus fulcri æquale potentiarum summæ*; cùm hæc praxis in solo casu directionum parallelarum, quem unum attigêre, sit tuta; in cæteris verò innumeris errori obnoxia.

7°. Eâdem manente gravitate punctorum seu particularum quàm minimarum ponderis, vel etiam partium ejusdem quarumvis aliarum, si directiones earum ponantur omnes ad invicem parallelæ, erit & id ipsum ejusdem ubique gravitatis; at si ad aliquod punctum, puta Terræ centrum, productæ conveniant, eò mi-

nùs (pro ratione quam definiemus) corpora gravabunt , quò propiùs ad punctum istud accedent.

8°. In Vectibus autem quorum fulcrum non intercedit potentias, in quibus scilicet adversæ sibi sunt potentiæ, quò obtusior est ad Vectis partes angulus directionibus potentiarum comprehensus, eò (pro ratione adhuc à nobis assignandâ) majus fit onus fulcri ; adeóque cùm angulus iste fuerit omnium obtusissimus, tunc onus vel resistentia fulcri erit omnium possibilium maxima ; atque tunc æqualis tantùm summæ potentiarum.

9°. E contrà in ejusdem generis Vectibus, quò directionum angulus ad partes Vectis fit acutior, eò (pro ratione superiori) minor fit resistentia vel onus fulcri. Undè cùm angulus hic fuerit infinitè acutus, sive omnium possibilium minimus, cùm scilicet potentiarum directiones fuerint ad invicem parallelæ ; onus vel resistentia fulcri erit omnium minima quæ possit esse ab iisdem potentiis ; atque tunc hæc æqualis erit potentiarum differentiæ.

10°. Constat igitur generatim de omni specie Vectium ad libitum positorum, onus vel resistentiam fulcri majorem esse nequire, quàm summa potentiarum his utilibet applicatarum ; nec etiam minorem esse posse quàm sit earum differentia.

11°. Toties æquilibrium erit inter potentias Vectibus cujuscunque generis utilibet applicatas, quoties eædem hæ potentiæ erunt inter se in ratione reciprocâ distantiarum fulcri Vectis à suis directionibus productis. Et vicissim.

Atque his cumulatè continetur solutio quæstionis *Fermatianæ*, de quâ superiùs, *art.* 1. *pag.* 34.

12°. Quapropter, positis potentiarum directionibus sibi invicem parallelis, Vecteque recto, fiet æquilibrium statim ac potentiæ fuerint in ratione reciprocâ brachiorum Vectis, quibus applicantur. Et vicissim.

Hoc etiam Corollarium est quod vulgò statuunt pro primo principio Mechanices, è quo particulari præcedens universale concludunt ; Exceptis Cartesio, ut innuimus superiùs, *cor.* 4. *art.* 3. *pag.* 21. & M. Varrone Genevensi J. C. in cujus *Tractatu de motu*, edito Genevæ an. 1584. apud Jacobum Stoer, primum hoc videtur esse ipsi Mechanices principium : *Tantùm esse libram unam quot volucris spatiis moveri, quantum libras totidem uno spatio eodem tempore.* Ita enim hic Author loquitur, pag. 22. & 23.

Si pondus A quatuor librarum cum pondere B libræ unius committatur : sintque ità connexa , ut dum A uno spatio movebitur , B quatuor spatiis moveatur , ità ut motus A quadruplo tardior sit motu B , non fiet motus ; quia quantum A excedit B pondere , tantum deficit motûs tarditate. TANTUM ENIM EST LIBRAM UNAM QUATUOR SPATIIS MOVERI, QUANTUM LIBRAS QUATUOR UNO SPATIO EODEM TEMPORE.

Quod quidem ne relatum accipias, quasi Cartesium quicquam huic Authori debere existimemus ; cùm id ultrò fluat ex hoc principio , *Effectus sunt causis proportionales*, omnibus obvio : sed ut suum cuique reddamus. Quamobrem idem etiam dictum puta de Galilæo.

I V.

IISDEM stantibus, quæ mox *art.* 3. *pag.* 35. si ab extremis lateribus dicti Parallelogrammi sub *proportionalibus* virium facti, ad ejus Diogonalem ubi necesse productam, perpendiculares ducantur ; partes hujus Diagonalis comprehensæ inter istas perpendiculares, & ejusdem Diagonalis extremum in quo directiones potentiarum conveniunt, sunt inter se ut vires quas potentiæ Vecti applicatæ, in ejusdem Vectis fulcrum exercent. Undè generatim sequitur onus fulcri semper esse ad potentias, ut summa vel differentia prædictarum hujus Diagonalis partium ad illius Parallelogrammi latera his potentiis respondentia.

V.

CUM duæ potentiæ Vecti applicatæ, non sunt in ratione reciprocâ distantiarum, hoc est, perpendicularium quibus directiones earum distant à fulcro vel hypomochlio ; præponderat ea quæ rationem habet istâ reciprocâ majorem. Hinc si appensorum liberè ponderum directiones ad Terræ centrum tendant, inibique conveniant ; Libræ horizontalis (cujus centrum motûs sit in ipso jugo) è quiete dimotæ, brachium quod deprimitur, ad imum usque decidet, altero tantumdem ascendente : adeò ut illa quietem non sit recuperatura nisi in situ verticali. Contrà verò si parallelæ sint ponderum directiones, quemcunque situm Libræ dederis, illa retinebit. At manentibus directionibus ponderum parallelis, si centrum motûs sit suprà jugum, simul ut à situ horizontali Libra removebitur, eò statim illa redibit. Et cùm id infrà jugum, si Libra tantisper ab horizontali situ dimoveatur ; tùm dimidiâ conversione factâ circà motûs centrum,

ibit illa in similem seu horizontalem statum infrà hoc idem centrum, ibique manebit immota.

Hæc eadem omnia dicta velim de ponderibus ad Libram fixis, modò jugum exhibeat recta jungens centra gravitatis eorum.

V I.

DUABUS potentiis æquiponderantibus super fulcro Vectis cujusvis (si Vectis sit curvus vel inflexus, pro eo assumetur recta quævis utilibet secans directiones potentiarum & fulcri) constanterque tendentibus ad idem quodvis Orbis universi punctum, puta Terræ centrum ; si ex directionibus earum & fulcri, duæ constituant angulos æquales cum recto Vecte, ad quem sit ducta perpendicularis per punctum in quo secatur ille à directione tertiâ, idemque Vectis moveatur sibi perpetuò parallelus, ita ut hoc ejus punctum semper sit in istâ perpendiculari : potentiæ ad illum applicatæ hoc in toto motu, seu in quâvis distantiâ à puncto ad quod earum directiones concurrere ponuntur, servabunt æquilibrium. In quâvis igitur distantiâ à puncto ubi potentiarum directiones concurrere finguntur, æquilibrium servabitur, modò Vectis ità feratur, ut singula ejus puncta, vel ex iis aliquod rectam describat illi perpendicularem.

V I I.

NON duæ tantùm, sed quotquot volueris, potentiæ, utlibet ad Vectem applicatæ & directæ, æquiponderabunt super eo Vectis puncto per quod transit ultima Diagonalis Parallelogrammorum ex illarum *proportionalibus* constructorum eo modo de quo superiùs, *art.* 2. *pag.* 23. Istiusque puncti seu fulcri nisus dirigetur secundùm hanc Diagonalem, & erit is ad singulas potentias ut hæc ultima Diagonalis ad singulas earum *proportionales*. Atque hinc plurima fluunt hanc ad rem pertinentia, quæ sciscitanti aperiemus.

DE AXE

IN PERITROCHIO.

I.

A*XEM in Peritrochio* vocant Machinam, ſeu Inſtrumentum ponderibus levandis aptum, in quo Cylindrus circularis rectus, quem *Axem* dicunt, fulcris per extremorum centra ſuſtinetur, circumpoſitum habens tympanum, quod *Peritrochium* appellant, in cujus ambitu (foraminibus ad id factis) infiguntur *Scytalæ*, quibus applicata vis Peritrochium unà cum axe convertit, cui convoluti funes onus elevant.

Huic autem Machinæ ſimiles ſunt *Sucula* & *Ergata*: Axis enim ſine Peritrochio, ſed Scytalis inſtructus, dicitur *Sucula*, cùm eſt horizonti parallelus; *Ergata* verò, ſi ad ipſum horizontem ſit ille perpendiculariter erectus. Propriè *Axis* nomine non Cylindrum ipſum, ſed rectam ejus baſium centra connectentem intelligimus.

Huc quoque referenda ſunt ejuſmodi alia Inſtrumenta innumera, ex Cylindris ſeu tympanis confecta, ſeu quæ horum inſtar ſunt, eiſque vel dentatis, vel non dentatis, & quidem utcunque multiplicatis, ſive circà eumdem motûs axem rotentur, ſive circa diverſos. Talia ſunt *Terebra* ſeu *Terebrum* à *tero* dictum *Tarriere*; Grus Architectonica, *la Gruë*, Moletrinæ, Horologia, aliaque multa quæ ex ſuo penu huc quiſque referre poſſit.

II.

IN Axe cum Peritrochio, & cognatis Machinis, quarum eadem eſt ratio, onus vel reſiſtentia axis ſemper eſt ad gravitatem ſuſtentati ponderis, & ad vim æquipollentis ſeu ſuſtentantis potentiæ, ut Diagonalis ad latera Parallelogrammi, quæ aſſumpta in directionibus ponderis & potentiæ, ſunt his ipſis proportionalia. Ergo

1°. Onus axis eſt ad pondus & ad potentiam ſuſtinentem, ut ſinus anguli quem conſtituunt inter ſe plana tangentia Cylindrum & Peritrochium ſecundùm directiones ponderis & potentiæ,

tiæ, ad ſinus reciprocè ſumptos, quos illa plana conſtituunt cum tertio tranſeunte per axem Cylindri & per ſectionem eorum communem; vel (quod eòdem recidit) ut ſinus anguli quem comprehendunt inter ſe directiones ponderis & potentiæ in eodem plano ad axem perpendiculari ſpectatæ, ad ſinus reciprocè ſumptos angulorum quos hæ ſingulæ directiones efficiunt cum rectâ ab earum concurſu ad axem ſecundùm illud ductâ.

2°. Eò minor erit (pro ratione ſinuum) reſiſtentia vel onus fulcri ſeu axis, quò obtuſior fiet angulus comprehenſus inter directiones ponderis & potentiæ in plano ad axem perpendiculari; ità ut tamen evaneſcente angulo, non pariter axis onus evaneſcat, ſed maneat id tunc æquale differentiæ quæ potentiam & pondus intercedit. At quò minor fiet angulus iſte, eò major erit (pro eâdem ratione ſinuum) reſiſtentia vel onus axis; Attamen reſiſtentia hæc augeri non ita poteſt, ut unquam ſuperet ſummam factam ex pondere & potentiâ.

3°. Onus igitur vel reſiſtentia fulcri poteſt duntaxat minui ad æqualitatem uſque cum differentiâ ponderis & potentiæ, & augeri uſque dum ſit æqualis earum ſummæ.

4°. Pondus & potentia ſunt inter ſe in ratione reciprocâ ſinuum angulorum quos ſuis directionibus efficiunt cum rectâ à fulcro ad earum concurſum ductâ.

5°. Ductis radiis ad puncta in quibus Cylindrus & Rota tanguntur à directionibus ponderis & potentiæ; jam erunt pondus & potentia in ratione reciprocâ eorumdem radiorum.

6°. In Suculâ quoque pondus eſt ad potentiam in ratione reciprocâ diſtantiarum ab axe Cylindri. Quod etiam demonſtrabitur de cæteris Machinis ſimilibus.

DE COCHLEA.

I.

COCHLEA est Cylindrus in unam aut plures spiras solidas & extuberantes elaboratus, diciturque *Cochlea interior*, gallicè *la Vis*; At cùm Cylindrus concavus est, & intra corpus in spiras pariter concavas efformatus, dicitur *Colchea exterior*, gallicè *l'Ecrou*, ab aliis *l'Ecroue*.

Non semper Cylindrus convexus Cochleæ inseritur concavo sibi aptato; sed cum aliis Machinis aliquando commiscetur, tuncque dicitur *Cochlea composita*, cujus sunt plurimæ species, inter quas utilissima recensetur *Cochlea perpetua* vel *infinita*, vulgò *la Vis sans fin*, cujus helices in rotæ seu peritrochii denticulos inseruntur.

II.

VIS motrix seu potentia Cochleæ applicata, semper est ad onus, vel obicem, seu impedimentum cui æquipollet, ut intervallum duarum continuè proximarum spiralis conversionum (secundùm Cochleæ longitudinem æstimatum) ad ambitum quem applicata vis peragit unâ Cochleæ, sive interioris, sive exterioris conversione. Hinc

1°. Sive concavæ, sive convexæ Cochleæ applicetur potentia motrix, semper idem onus vel impedimentum sustinebit aut superabit, si conversione suâ æquales circùm axem Cochleæ circulos describat.

2°. Eò minor requiritur potentia ad onus idem Cochleâ sustinendum, quò minores sunt hujus Cochleæ spirarum distantiæ à se invicem, secundùm Cochleæ longitudinem acceptæ, & quo major est distantia potentiæ ab axe; Ac proindè quò viciniores erunt spiræ, eò majus onus sustinebit aut superabit potentia ad eamdem axis distantiam posita.

III.

POTENTIA manubrio Cochleæ infinitæ seu perpetuæ applicata, est ad pondus quod sustinet, ut productum ex semidiametro Cylindri circà quem volvitur funis ponderi alligatus & intervallo duarum proximè continuarum helicis spira-

rum, ſecundùm Cochleæ longitudinem ſumptum; ad productum ex ſemidiametro peritrochii dentati, & ambitu circuli quem potentia Cochleæ manubrio applicata, unâ converſione deſcribit.

IV.

QUÆ huc uſque de Cochleâ, hæc omnia dicta velim de caſu vulgari tantùm, in quo ſcilicet potentiæ directio ponitur in plano perpendiculari ad axem, & ipſamet etiam perpendicularis rectæ hoc in plano ductæ ab axe ad punctum applicationis potentiæ, impedimento vel onere tùm reſiſtente parallelè ad eumdem axem Cochleæ. At ſi ratio potentiæ ad impedimentum cui æquipollet, generatim pro utriuſque directione quâvis exquiratur, hanc illicò demonſtrabimus; nec hîc ea reticetur niſi quòd verbis ſolis exprimi vix poſſit, aut ne vix quidem intelligi abſque diagrammate, quod exigentibus exhibituri ſumus.

DE CVNEO.

I.

CVNEVS eſt Inſtrumentum findendo corpori, ſeu diſrumpendis potiùs quàm movendis corporibus aptum, & idcircò vix *Machinæ* nomine dignum. Quia tamen ab Ariſtotele, Pappo, & aliis Mechanicæ Scriptoribus inter fundamentales Machinas numeratur ob ingentes ejus vires in corporibus levi percutientis operâ divellendis, quod vix aliis quibuſcunque Machinis & magno hominum conatu poſſet effici; de hoc nobis etiam paucis agendum.

II.

ITAQUE generatim dicimus, æquipollentibus Cuneo & corpore findendo, vim quâ Cuneus utlibet percutitur, ſemper eſſe ad reſiſtentiam ſeu tenacitatem findendi corporis, ut productum ex ſinu totali per ſinum anguli quem findentia latera Cunei ſeu circumſcripti Cuneo perpendiculariter ad fiſſuræ planum Trianguli cujuſvis rectilinei comprehendunt, ad productum ex ſinu incidentiæ mallei in Cuneum per ſummam ſinuum angu-

lorum baſi Cunei vel Trianguli hunc exhibentis adjacentium ; aut (ſi mavis) ut productum ex ſinu totali per hujus Trianguli baſim percuſſam, ad productum ex ſinu anguli incidentiæ per ſummam cæterorum ejuſdem Trianguli laterum. Ac proindè

1°. Cùm angulus incidentiæ mallei in Cunei caput rectus eſt, vis tota & abſoluta mallei eſt ad corporis findendi tenacitatem, ut ſinus anguli inter Cunei latera comprehenſi, ad ſummam ſinuum angulorum ejuſdem baſi adjacentium ; vel ut Trianguli Cuneum exhibentis baſis percuſſa, ad ſummam cæterorum ejuſdem Trianguli laterum.

2°. Atque hinc eruitur quid verum falſumve ſit in ſententiis eorum, quorum alii ſtatuunt vim quâ percutitur Cuneus, ſemper eſſe ad reſiſtentiam ſeu corporis findendi tenacitatem, ut dimidia baſis Cunei iſoſcelis ad ejus altitudinem ; alii, ut baſis iſta tota ad hanc altitudinem ; alii, ut dimidia baſis ad latus ; alii denique, ut maxima fiſſuræ latitudo ad ejus profunditatem, quam ultrà Cunei aciem ponunt.

COROLLARIUM.

QUÆ huc uſque Parallelogramma ſunt adhibita ad inveſtigandam æquilibrii Geneſim in Machinis ſuperioribus, ea nunc diſſimulari poſſe palàm eſt, retento duntaxat Triangulorum alterutro, in quæ illorum unumquodque dividitur à Diagonali niſum potentiarum communem exhibente, vel alio quovis ſubſtituto laterum lateribus iſtius parallelorum aut perpendicularium ; cùm eadem utrobique ſit laterum ratio.

PROBLEMATA.

1um. DATIS tribus potentiis ad funes totidem communi nodo conjunctos applicatis, vel saltem earum datâ ratione; eas ita dirigere ut in se invicem totis viribus agentes æquipolleant, funiumque nodus communis maneat immotus; vel Problematis impossibilitatem demonstrare.

2. Trium potentiarum totidem funiculi ramis applicatarum, & æquipollentium duabus datis cum duabus ad libitum directionibus; tertiam invenire potentiam cum tertiâ directione, sive hæc sit directio potentiæ quæsitæ, sive alterius cujusvis è datis.

3. Datis quotcunque potentiis ad funiculi ramos totidem applicatis, vel saltem datis rationibus quæ has intercedunt, cum directionibus earum ad libitum factis; novam invenire potentiam & directionem ejus, ita ut potentia hæc & istæ simul æquipolleant omnes, immotis videlicet liberi funiculi ramis aut nodis in se invicem agant.

4. Datâ quâvis potentiâ pondus quodvis movere Trochleis, vel Vecte, vel Axe in Peritrochio, vel etiam Cochleâ.

5. Datis onere plani & potentiâ, hujus directionem & pondus in illo sustentatum invenire.

6. Datis pondere & potentiâ, debitam huic directionem assignare quâ illud ipsum sustineat in plano dato.

7. Definire quantum pondus duobus planis inclinatis incumbens, gravitet in singula.

8. Datis ad libitum duabus potentiis cum punctis applicationum ad Vectem, earum invenire directiones, quibus æquipondium habeant super tertio quovis ejusdem Vectis puncto dato.

9. Datis directione & onere fulcri Vectis cujusvis; cum potentiis ad eum applicatis; ejusdem fulcri punctum invenire, cum directionibus potentiarum requisitis ad æquipondium.

10. Datis quotcunque potentiis utlibet directis & applicatis ad Vectem, cum directionibus earum; invenire Vectis punctum, quo sustentato, fiat inter eas æquipondium.

11. Cur qui ad erectum murum stat erectus, dorso & utrisque calcibus murum attingens, non possit, nisi promoto pedum altero, nummum humi jacentem prorsùm incurvatus tollere, quin præcipitetur?

12. Cur qui sedet, non possit se in rectum erigere, nisi vel protenso capite, vel pedibus retractis?

13. Cur Bajuli, cùm onus humeris seu tergo gestant, se antrorsùm incurvent; si ulnis, retrorsùm?

14. Quî fiat ut Bajulus, si ad terram usque ferè inflexus, onus humeris excipiat, difficiliùs erigatur quàm incedat?

15. Cur Ancilla, si aquæ situlam promisso brachio sinistro, ferat, dextrorsùm se incurvet extenso etiam brachio dextro; si dextro, sinistrorsùm?

16. An Homo aut Bipes quivis alius per lineam præcisè rectam incedere possit? cur Homines quibus nimis diducta crura sunt, Anseres, &c. incedendo tam manifestè in utrumque latus alternis librare videantur?

17. Cui usui esse possit quòd qui dextrorsùm casuri sunt, protendant brachium sinistrum; qui sinistrorsùm, dextrum; qui retrorsùm, alterum vel utrumque porrigant; qui prorsùm, retrahant?

18. Cur Hastæ longæ plùs ponderent, cùm in uno extremorum, quàm cùm in medio arreptæ elevantur à terrâ? & quî fiat ut pondus earum imminui videatur simul ut attolluntur suprà lineam horizontalem?

19. Cur longior Hasta faciliùs curvetur quàm brevis, cùm extremitas illius manu tenetur?

20. Cur utroque Baculi extremo manibus apprehenso, si ad genu medium ejus applicetur, eò faciliùs ille frangatur, quò magis à medio distant manus?

21. Undè oriantur Forcipum vires?

22. Paradoxum *D. Mariotte, de motu aquar. pag.* 86. Vectem nempe in quo æquipollentium ponderum majus remotius esse videtur à fulcro quàm minus, explicare.